

余弦形负载超声变幅杆的设计与研究^{*}

陕西师范大学应用声学研究所超声医学实验室 (陕西 西安 710062) 吕海涛 杨艳妮 严碧歌
西北农林科技大学生命科技学院 (陕西 杨凌 712100) 朱杰西

摘要: 研究余弦形负载超声变幅杆特性。求解了加负载时四种超声变幅杆的输入阻抗,得到加负载时输入阻抗和 M^{-1} -bius 变换参数的统一算式。当变幅杆的输入抗分量为零时,计算了余弦形负载变幅杆的纵向振动共振频率方程和放大系数。由输入阻抗的表达式讨论了此类变幅杆的工作稳定性条件和相对阻抗相等点。结果表明由两种方法计算的共振频率方程是相同的;余弦形变幅杆的各种参量和方程与负载阻抗紧密相关;有负载力阻时 1/4 波长变幅杆的放大系数要比 1/2 波长变幅杆显著的多,和杆两端特性阻抗的几何平均值成正比,而与负载力组成反比。

关键词: 超声变幅杆; 共振频率; 放大系数

The Characteristics of cosine type Loaded ultrasonic horn

LV Hai- tao, ZHU Jie- xi, YANG Yang- ni, YAN Bi- ge
Institute of Applied Acoustics, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, Shanxi, China
College of Life science, Northwest Sci&Tech University of Agriculture and Forestry, Yangling 712100, Shannxi, China

ABSTRACT: This paper studies a cosine type loaded ultrasonic horn. The unified expressions of amplification factor and m^{-1} -bius transformation parameters of four kinds of loaded transformers are given. If the input reactance part of ultrasonic hom is zero, the resonance frequency equation and magnification coefficient of loaded cosine longitudinal ultrasonic horn will be calculated, including pure resistance and pure reactance and impedance. Based on the expression of m bius transformation, the working stability of this type of transformer and equal point of relative impedance etc are further discussed. It shows that resonance frequency equation of loaded cosine horn with two above methods are the same; Its parameters and frequency equation have a close relation with load impedance in relation to zero load horn; In pure resistance condition, magnification coefficient of one- fourth wavelength transformer is more obvious than that of half- wavelength horn, which varies directly with geometric mean value of input impedances of both sides, whereas, varies inversely with pure resistance load.

Key words: ultrasonic horn; resonance frequency; magnification coefficient

在实际应用中,变幅杆的输出端都是有负载的。例如超声乳化、粒碎、提取和超声搪锡以及超声焊接和超声疲劳试验等应用中。变幅杆的负载性质相当复杂,不但在处理对象不同时不一样,而且在处理过程中还在一定范围内变动^[1]。因此研究有负载的变幅杆理论更有实际意义。本文给出四种变幅杆加负载时输入阻抗的统一表达式。令输入阻抗的抗分量 $X^2=0$,得到了变幅杆的共振频率方程。将共振频率方程代入加负载的变幅杆放大系数计算式,求得了余弦形变幅杆纵振动共振频率方程及共振时放大系数的表达式。然后讨论了变幅杆的工作稳定性和相对阻抗相等点的问题。

1 输入阻抗的一般表达式

图 1 为均匀、各向同性材料的变截面杆。 L 为变幅杆长度, F_1, ξ_1 为变幅杆输入端面力和振动位移, F_2, ξ_2 为输出端面力和振动位移, $Z_L = R_L + jX_L$ 表示负载力阻抗。

变截面变幅杆中纵向振动的波动方程为

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{1}{s} \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + k^2 \zeta = 0,$$

(1)

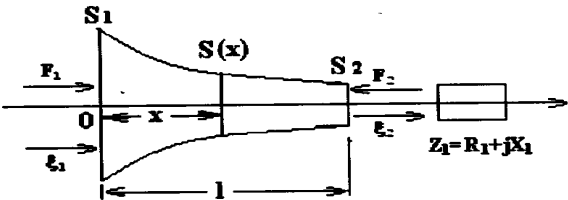


图 1 有负载的超声变幅杆的纵振动示意图
Fig.1 schematic diagram of longitudinal Vibration of loaded ultrasonic horn

^{*} 国家自然科学基金资助项目(No: 10074043)和陕西省自然科学基金资助项目(No: 2003A05)

作者简介: 吕海涛(1972-), 男, 陕西商州人, 硕士研究生, 主要研究超声学。

收稿日期: 2006- 01- 16, 接受日期: 2006- 02- 08

其中 $k = \frac{W}{C}$, k 为波数, w 为振动的圆频率, $C = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ 为均匀细棒中一维纵向振动传播速度, E 为材料的杨氏模量, ρ 为材料的体密度, S 为变幅杆截面积。解方程(1), 得质点振动位移为^[2],

$$\zeta(x) = \frac{1}{\sqrt{S}}(A \cos k' x + B \sin k' x) \tag{2}$$

其中 $k = \sqrt{k^2 - \frac{1}{S} \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}}$ 为变截面杆中的波数, 是变量 x 的函数。

当 $\frac{1}{\sqrt{S}} \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = C$ (C 为常数) 时, 符合此条件的变截面变幅杆有圆锥形、指数形、悬链形、余(正)弦形变幅杆。为常量, 由(2)可得应变分布表达式为:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = - \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x} (A \cos k' x + B \sin k' x) + \frac{k}{\sqrt{S}} (-A \sin k' x + B \cos k' x) \tag{3}$$

设 ζ_1, S_1 分别表示 $x = 0$ 处的振速、截面积, ζ_2, S_2 分别表示 $x = l$ 处的振速、截面积。当变幅杆负载为 Z_l 时, 有 $F_2 = -E S_2 \frac{\partial \zeta}{\partial x} |_{x=l}$, 又 $F_2 = \zeta_2 Z_l = j \omega \zeta_2 \cdot Z_l$, 由此得:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} |_{x=l} = - j k \zeta_2 \frac{Z_l}{Z_2} \tag{4}$$

其中 $Z_2 = \rho C S_2$ 表示截面 S_2 处的特性力阻抗。将(2)、(3)式代入(4)式得:

$$\frac{B}{A} = \frac{(\frac{1}{2 S_2} \frac{\partial S_2}{\partial x} \cos k' l - j \frac{Z_l}{Z_s} k \cos k' l)}{k \cos k' l - (\frac{1}{2 S_2} \frac{\partial S_2}{\partial x}) \sin k' l + j \frac{Z_l}{Z_2} k \sin k' l} \tag{5}$$

设输入阻抗为 Z_i 同理有 $\frac{\partial \zeta}{\partial x} |_{x=0} = - j k \zeta_1 \frac{Z_i}{Z_1}$ 。其中 $Z_1 = \rho C S_1$ 为 S_1 处的特性力阻抗。将(5)代入上式得

$$Z_i = \frac{Z_l k' P (T_1 Y + 1) + j [(1 + T_1 T_2) Y - (T_1 - T_2)]}{1 - T_2 Y + j P Y} \tag{6}$$

其中 $Y = \tan k' l$, $P = \frac{k Z_1}{k' Z_2}$, $Z_i = S_1 \rho C$, $Z_2 = S_2 \rho C$, $T_1 = \frac{1}{k'} \frac{1}{2 S_1} \frac{\partial S_1}{\partial x}$, $T_2 = \frac{1}{k'} \frac{1}{2 S_2} \frac{\partial S_2}{\partial x}$ 。此即为这四类变幅杆的统一的输入阻抗表达式。

当负载为纯抗时, 即 $Z_l = j X$ 时,

$$Z_i = \frac{j Z_l k' (1 + T_1 T_2) Y - (T_1 - T_2) + P_x (T_1 Y + 1)}{1 - T_2 Y - P_x Y}, \text{ 式中 } P_x = \frac{k X}{k' Z_2} \tag{7}$$

当负载为纯阻, 即 $Z_l = R$ 时, $Z_i = \frac{Z_l k'}{k} \cdot \frac{P_r (1 + Y^2) + j [(1 + T_1 T_2) Y - (T_1 - T_2)] (1 - T_2 Y) - (1 + T_1 Y) P_r^2 Y}{(1 - T_2 Y)^2 + (P_r Y)^2}$, (8) 式中 $P_r = \frac{k R}{k' Z_2}$

2 余弦形负载变幅杆

对给定负载, 当变幅杆的输入抗分量 $X_i = 0$ 时, 变幅杆处于谐振状态^[11]。故利用输入抗分量为零的条件, 可得到有负载变幅杆的频率方程。对于余弦形变幅杆, 面积函数 $S = S_1 \cos^2 \alpha x$, 故 $\frac{ds}{2s dx} = - \alpha \tan \alpha x$, 得

$$T_1 = 0, T_2 = - \frac{\alpha}{k'} \tan \alpha l \tag{9}$$

2.1 抗性负载

当负载为抗性即 $Z_l = j X$ 时, 令(7)式右边为 0, 则共振频率方程为:

$$\tan k' l = \frac{\alpha}{k'} \tan \alpha l - \frac{k X}{k' Z_2} \tag{10}$$

又因有负载变幅杆的放大系数的表达式为^[5]:

$$M_L = \frac{(1 + Y^2)^{\frac{1}{2}}}{|1 - T_2 Y + j P Y|} N, \text{ 这里面积系数 } N = \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}} \tag{11}$$

将(10)式代入(11)式, 得 $M_L = \frac{N}{\sqrt{1 + (\frac{\alpha}{k' \tan \alpha l} - \frac{k X}{k' Z_2})^2}}$

2.2 纯阻负载

当负载为纯阻即 $Z_l = R$ 时, 由 $X_i = 0$ 得频率方程为:

$$\frac{\alpha}{k'} \tan \alpha l \tan^2 k' l + (1 - \frac{\alpha^2}{k'^2} \tan^2 \alpha l - \frac{k^2 R^2}{k'^2 Z_2^2}) \tan k' l - \frac{\alpha}{k'} \tan \alpha l = 0$$

$$\text{此时放大系数 } M_L = \frac{N}{\sqrt{1 + \frac{\alpha}{k} \tan k l}}。$$

半波长条件是指无负载且输入阻抗为零的情况, 即 $Y = (T_1 - T_2) / (1 + T_1 T_2)$, 对余弦形变幅杆 $\tan k l = \frac{\alpha}{k} \tan \alpha l$ 。

由式(6)、(11)可以得到一余弦形变幅杆的放大系数 M_L 、输入阻抗 Z_i 及输入阻抗的虚部与实部之比 G_i 。

$$M_L = \frac{\sqrt{1 + (\frac{\alpha}{k} \tan \alpha l)^2}}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{k^2} \tan^2 \alpha l + (\frac{\alpha P_r}{k} \tan \alpha l)^2}} N,$$

$$Z_i = N^2 R \frac{1 + (\frac{\alpha}{k} \tan \alpha l)^2 - j P_r \frac{\alpha}{k} \tan \alpha l}{(1 + \frac{\alpha^2}{k^2} \tan^2 \alpha l + (\frac{\alpha P_r}{k} \tan \alpha l)^2)}, G_i = \frac{-P_r \frac{\alpha}{k} \tan \alpha l}{1 + (\frac{\alpha}{k} \tan \alpha l)^2}$$

对于半波长余弦形变幅杆, 有负载力阻的放大系数 M_L 与空载时放大系数 M_p 是不同的。由式(6)及 $\tan k l = \frac{\alpha}{k} \tan \alpha l$ 可得 $M_L / M_p = 1 / (1 + G_i^2)^{\frac{1}{2}}$ 。即有负载力阻下放大系数一般比空载小, 其程度随 R 变化, 且 Z_i 有抗的分量。

四分之一的波长变幅杆是指负载力阻 $R = 0$, 输入阻抗 $Z_i = \infty$ 的情况, 此时有 $Y = \frac{1}{T_2}$, 对余弦形变幅杆 $\cot k l = -\frac{\alpha}{k} \tan \alpha l$, 有负载力阻时的参量 Z_i , M_L 及 G_i 分别为

$$M_L = \frac{N}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{k^2} \tan^2 \alpha l}} \frac{k Z_2}{k R}, Z_i = (\frac{k}{k})^2 \frac{Z_1 Z_2}{R} (1 + \frac{\alpha^2}{k^2} \tan^2 \alpha l + j P_r \frac{\alpha}{k} \tan \alpha l), G_i = \frac{P_r \frac{\alpha}{k} \tan \alpha l}{1 + (\frac{\alpha}{k} \tan \alpha l)^2}$$

由上式可见, 对四分之一波长变幅杆, 放大系数 M_L 与杆两端材料力阻的几何平均值成正比, 而与负载力阻成反比。余弦形的放大系数 $M_L = \frac{N}{\sqrt{1 + (\frac{\alpha}{k} \tan \alpha l)^2}} \frac{k Z_2}{k R}$, 如果 $\frac{Z_2}{R}$ 相当大, 则四分之一波长余弦杆要比半波长杆的放大系数要大得多, 如果 $\frac{Z_2}{R}$ 足够大, 即使 $N < 1$ 也有可能得到放大。

2.3 有载变幅杆的 m bius 变换系数

如以 Z 表示相对负载阻抗 (z/z_2), 以 W 表示相对输入阻抗 (Z_i/Z_1), 则变幅杆两端阻抗关系式(6)可表示为

$$W = \frac{(T_1 Y + 1) \cdot Z + j[(1 + T_1 T_2) Y - (T_1 - T_2)] \frac{k}{k}}{j \frac{k Y}{k} Z + (1 - T_2 Y)} = \frac{\alpha Z + b}{c Z + d} \quad (12)$$

欲满足 M -bius 变换, 需

$$\alpha = \frac{T_1 Y + 1}{\sqrt{1 + Y^2}}, b = j \frac{k [1 + T_1 T_2] Y - (T_1 - T_2)}{k \sqrt{1 + Y^2}}, c = \frac{j k Y}{k \sqrt{1 + Y^2}}, d = \frac{1 - T_2 Y}{\sqrt{1 + Y^2}}。即为四类变幅杆的变换系数。$$

对于余弦形变幅杆,

$$\alpha = \cos k l, b = \frac{k}{k} (\sin k l - \frac{\alpha \tan \alpha l}{k} \cos k l) j, c = j \frac{k}{k} \sin k l, d = \cos k l + \frac{\alpha \tan \alpha l}{k} \sin k l \quad (13)$$

2.4 任意复数负载阻抗

对于任意负载 $Z_i = R_i + j x_i$, 将 Z_i 代入(12)式中, 注意到输入抗分量为零和(9)式的条件, 得余弦变幅杆的频率方程为:

$$(\frac{R_i}{Z_2})^2 + [\frac{x_i}{Z_2} - \frac{k}{k} (\cot 2k l + \alpha \tan \alpha l)]^2 = (\frac{k}{k \sin 2k l})^2 \quad (14)$$

也可由复数负载阻抗的变幅杆的谐振参数方程 $(\frac{R_i}{Z_2})^2 + (\frac{x_i}{Z_2} - \frac{h + j q}{2})^2 = (\frac{h - j q}{2})^2$ 求得。其中 $\frac{b}{a} = j h, \frac{d}{c} = j q$ 其中 h, q 为变幅杆的变换参数, 可由(13)式算出。

由(14)式求得 $\tan k l$, 代入(11), 可求得放大系数。

2.5 变幅杆的工作稳定性

变幅杆两端阻抗的映象放大率为 $|\frac{dW}{dZ}| = \frac{1}{|cZ + d|}^2$ 。

当 $|\frac{dW}{dZ}| < 1$ 即 $|cZ + d| > 1$ 时, 变幅杆输入阻抗对负载阻抗变化不敏感, 工作比较稳定。对于余弦形变幅杆, 当 $[(\alpha \tan \alpha l -$

$\frac{k x_i}{Z_2})^2 + \frac{k^2 R_i^2}{Z_2^2} - k^2] \tan^2 k l + 2k \tan k l (\alpha \tan \alpha l - \frac{k x_i}{Z_2}) > 0$ 时, 输入阻抗随负载阻抗变化较小, 趋于稳定。

2.6 变幅杆相对阻抗相等点

在 $c \neq 0$ 情况下, M -bicus 变换有不变点, 即 $W = Z$, 对于余弦形变幅杆有:

$$Z_c = \frac{-\alpha \tan l \pm \sqrt{(\alpha \tan l)^2 - 4K(K' - \alpha \tan l \cot k' l)}}{2jk}$$

此时的输入阻抗(Z_1)与负载阻抗(Z_2)存在简单的变比关系: $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{S_1}{S_2} = N^2$

3 结束语

本文求出了四类变幅杆统一的输入阻抗和 M -bicus 变换系数一达式。由 M -bicus 变换, 发现负弦形负载变幅杆的输入阻抗与负载阻抗存在着确定的解析关系, 我们可方便地讨论它的工作稳定区间和相对阻抗相等点等问题。余弦形变幅杆和空载时相比, 它的各种参量和频率方程不仅和变幅杆的相长(Kl)和线度比(α)有关, 而且和负载阻抗(Z_2)相关。在负载为力阻时, $\frac{1}{4}$ 波长变幅杆、二分之一波长变幅杆比空载时放大系数减小, $\frac{1}{4}$ 波长变幅杆的放大倍数比二分之一波长变幅杆要显著得多, 与 $\frac{Z_2}{R}$ 成正比关系, 这些结论对余弦形变幅杆的实际应用有一定的参考意义。

参考文献

- [1] 林仲茂. 超声变幅杆的原理和设计[M]. 北京: 科学出版社, 1987: 55-189
- [2] 杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础[M]. 南京: 南京大学出版社, 2001: 259-261
- [3] 林书玉. 超声换能器的原理与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 91-111
- [4] 陆庆扬. 半波长余弦形超声聚能器[J]. 应用声学, 1999, 18(1): 44-47
- [5] 姚文革, 林书玉, 王亚雄. 指数形负载超声变幅杆频率方程与放大系数的研究[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版), 2005, 33(3): 44-46

《生物磁学》变更刊名启示

经国家新闻出版总署新出报刊[2006]4号批准,《生物磁学》变更刊名为《现代生物医学进展》, 原刊号 CN 23-1493/T 作废, 新刊号为 CN 23-1544/R, 月刊, 96 页。邮发代号 14-12, 定价 9.00 元/期。刊名变更是本刊的自然过渡, 其中国科技核心期刊(科技部中国科技论文统计源期刊)及自身影响因子保持不变。详见科技部信息所网站: <http://cstpcd.istic.ac.cn>

《现代生物医学进展》办刊宗旨: 生物医学是本世纪生命科学的研究热点和前沿, 可以说生物医学发展代表着一个时期生命科学发展的主流和方向, 起着带动性和变革性的重大作用, 并对人类社会发展和科学本身产生革命性影响。当前, 生物医学的发展异常迅猛, 不断出现新的研究领域, 而且有的正处于取得重大突破的边缘。我们变更刊名的目的和任务就是顺应生物医学发展的形势需要, 更好的适应新的历史时期生物医学领域面临的机遇和挑战, 及时报道国内外具有前瞻性、创新性和有较高学术水平的生物医学进展(包括基础实验研究和临床实践应用)的原创, 以此来传播现代生物医学的新理论, 新方法和前沿领域的科研成果, 反映生物医学的学术水平与发展动向, 有效地促进生物医学领域的学术交流, 提高国内生物医学的研究水平, 引导研究人员的科研活动与研究方向, 推动生物医学的进步, 为广大科研人员提供一个发表、交流的平台, 为冲刺世界一流杂志打好基础。

读者对象: 承担生物医学领域国家“863”计划、攻关计划、国家自然科学基金项目的课题负责人和研究人员, 大专院校生物系教师、研究生、高年级本科生, 国家和省部级重点实验室与生物技术研究开发机构的科研人员, 医疗卫生单位医务人员, 制药、化工、轻工食品、农业、环境、海洋等相关领域的企业管理人员与专业技术开发人员, 与生命科学相关的仪器试剂生产经营者, 生物技术管理部门和相关学术团体的领导和专家、生物医学技术投资与金融研究专家以及其他相关人士等。

(下转 60 页)